

## **Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula**

### **Mathematical Modeling in vision of Mathematics Education and its implications for the construction of mathematical knowledge in the classroom**

Dionísio Burak<sup>1</sup>

Universidade Estadual do Centro-Oeste –UNICENTRO, de Guarapuava, PR  
Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG – Ponta Grossa, PR  
[dioburak@yahoo.com.br](mailto:dioburak@yahoo.com.br)

#### **Resumo**

Este ensaio traz algumas contribuições para o campo da Modelagem Matemática, relativamente ao ensino e aprendizagem da Matemática e, para a construção do conhecimento matemático, quando vistos sob a ótica de ao menos duas visões de Educação Matemática. Traz à consideração, elementos da Educação Matemática a partir do Modelo do Tetraedro de Higginson, sob a visão de duas vertentes da Filosofia da Ciência: o Racionalismo Crítico de Popper e a Teoria Crítica de Adorno. Apresenta elementos sobre a natureza, os métodos de pesquisa e, as implicações ao conceber uma ou outra corrente. Apresenta de forma explícita a assunção de uma visão de Educação Matemática em uma perspectiva das Ciências Humanas e Sociais, que justifica e fundamenta uma forma de conceber a Modelagem Matemática, como uma Metodologia de Ensino. Apresenta, ainda alguns elementos, que entende contribuir para uma prática educativa - mediada pela Modelagem, que considera preparar de forma mais ampla o estudante para fazer frente aos desafios de viver no século XXI.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Modelagem Matemática, Ensino e Aprendizagem, Prática Educativa

#### **Abstract**

This essay brings contributions to the mathematical modeling field in concern, to teaching and learning of mathematics and for the construction of mathematical knowledge when analysed by a perspective of at least two visions of mathematics education. Consider elements of mathematics education from the tetrahedron model of Higginson in vision of two aspects of science's philosophy: the Popper's critical rationalism and Adorno's critical theory. It presents elements about the nature, research methods and the implications in conceive one or other course. Presents explicitly, the assumption of a mathematics education vision through a perspective of humanities and social, which justifies and supports a form of conceive the mathematical modeling as a teaching methodology. It also presents, some elements that meant contribute with a educational practice – mediated by modeling, that consider in prepare widely the student to face the challenges of living on twenty- first century.

**Keywords:** Mathematical Education, Modeling Mathematical, Teaching and Learning, Practice Educational.

## **1. Introdução**

As últimas décadas têm trazido grande quantidade de produções na área da chamada Educação Matemática, fruto de pesquisas oriundas dos diversos grupos de pesquisa no âmbito das nossas universidades, de cursos de especialização, dos programas de mestrado e doutorado em Educação Matemática. Adiciona-se a essa capacidade de produção a oportunidade de socialização seja por meio de revistas impressas, revistas *on line*, sites, periódicos da área e nos eventos que se realizam em muitos estados brasileiros. A expressão

---

<sup>1</sup> Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP e Pós-Doutorando em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará – UFPA – Belém, PA.

Educação Matemática se faz presente em muitos meios: nas Universidades, seja nos cursos de Licenciatura, seja nos programas de Pós-Graduação Lato-sensu ou Stricto-sensu, nas modalidades de mestrado e doutorado.

Essa expressão “educação matemática” se faz presente também nas Diretrizes Curriculares seja em âmbito nacional, ou estadual nos vários estados brasileiros, nas salas de professores e, em consequência nas salas de aulas pelos estudantes. Entretanto, algumas questões se fazem também presentes, em vista de constataremos pelas participações em eventos ao assistirmos relatos de práticas que envolvem concepções de ensino e aprendizagem, de educação e do objeto de estudos – a matemática, tão diferenciadas que podemos admitir que a falta de uma melhor compreensão dos fatores componentes de uma prática educativa, justifica distintas ações e encaminhamentos. Assim, é necessário se perguntar de qual “educação matemática” se fala? Será que todos entendem essa expressão de uma mesma forma? Será que ao pronunciarmos essa expressão estamos todos considerando os mesmos elementos? Quais elementos estão sendo considerados? Será que há uma única forma de se conceber a educação matemática? Será que as práticas sob a denominação de Educação Matemática são iguais? Que aspectos são levados em consideração? Em nosso entendimento, essas questões que têm sido menosprezadas, omitidas, ou relegadas a segundo plano na mesma proporção da quantidade produzida enseja uma pausa para reflexão sobre o que se entende por Educação Matemática e as diversas práticas e metodologias que têm nessa expressão, o seu estofo, o que sem dúvida, recai sobre a qualidade do que se faz em “Educação Matemática”.

Podemos considerar que uma prática educativa deve estar embasada em uma ciência e, sem a consideração de uma concepção clara dos fundamentos que constituem essa ciência pode, mais comprometer essa prática, do que propriamente ser a solução para o fim desejado. Assim, com esse entendimento, todas as práticas que advém de fundamentos frágeis e incoerentes podem suscitar práticas igualmente frágeis, incoerentes e inconsistentes. Nada pode garantir que o simples fato de se estar usando uma metodologia, seja ela qual for, seja garantia de uma prática efetiva e significativa se os fundamentos que a embasam são contraditórios e desconexos. O discurso tão comum e comumente ouvido de que **“eu faço educação matemática”** quando realizada na perspectiva comentada deve ser revisto, por algumas razões – A primeira porque se constitui em uma forma de enfraquecimento, apenas pela prática, desconhecendo os fundamentos das áreas que constituem a natureza da EM, em nada contribui à sua consolidação.

O fato de se fazer Educação Matemática exige cuidados e comprometimentos maiores do que até agora temos constatado ao assistir ou fazer a leitura de Anais de eventos da área, de trabalhos apresentados sob a forma de comunicação oral ou relatos de experiências na maioria destituída de fundamentos teóricos, de articulação e discussão dos resultados na relação teoria e prática. Muitas vezes percebemos a adição de novas expressões, sinônimos e alegorias que não substituem a necessidade de se conhecer os fundamentos de um campo de estudo como consideramos a Educação Matemática. Podemos dizer um rico campo de estudo, que envolve na constituição da sua natureza, mais do que a Matemática na qual reconhecemos a importância, pois como tantos, ou todos, não **podemos admitir** uma Educação Matemática **sem a Matemática**, mas também e, **com a mesma ênfase**, não admitimos **uma Educação Matemática sem o concurso de outras áreas que fundamentam a Educação**.

O não conhecimento, ou a falta de interesse em se conhecer os fundamentos das áreas do conhecimento que constituem a natureza da Educação Matemática passa a comprometer todo um esforço em ampliar as discussões sobre uma necessidade que se faz presente – que é a de se reconhecer os seus fundamentos e a sua metodologia. Não é possível vislumbrar que **uma prática cega**, isto é, destituída de fundamentos, **leve a algum lugar**, senão **a lugar nenhum**.

A EM tem sofrido, ao longo dos anos, algumas críticas, infundadas, no que diz respeito a alguns aspectos, entre eles o de se fazer Educação Matemática **sem Matemática**, o que é um grande equívoco, em sã consciência, nenhum Educador Matemático, aceita ou admite tal visão. Igualmente, as críticas podem ter como referência a pesquisa em Educação Matemática, uma vez que a sua prática somente tem sentido com os conteúdos matemáticos. Entretanto, tais críticas podem ser reflexos do próprio desconhecimento e da insuficiente compreensão do que vem a ser esse campo de estudo. Assim, pela responsabilidade em se assumir uma visão diferente para ensinar Matemática, que rompe com muitas concepções arraigadas em outras bases é que se deve **conhecer e compreender** a Educação Matemática. Conhecer seus fundamentos, sua natureza e sua metodologia, como uma forma de dar sustentação às tendências, as metodologias e as distintas formas de práticas pedagógicas tão em voga na Educação em todos os níveis. As práticas educativas devem ser fundamentadas, pois consciente ou inconscientemente é na visão, na crença que se revela o preparo e o comprometimento de quem a desenvolve em uma escola, em uma sala de aula.

Uma prática revela muito sobre quem a pratica: suas concepções, seus valores, a concepção de homem que se quer formar. Consideramos que o desconhecimento, ou a omissão deliberada acerca dos fundamentos que constituem uma prática compromete todos os melhores esforços na busca de esclarecimentos, na discussão de outras perspectivas o que em nada contribui para o avanço no campo da Educação Matemática e, para a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática. Ainda pode-se afirmar compromete, com alguma certeza, qualquer prática que se pretenda educativa.

É com a perspectiva de um fazer coerente e consistente, não aquilando qual seja a concepção de Educação Matemática, que se está embasando as ações, mas o certo é que há de haver clareza do que se fala e do porque de se fazer de uma e, não de outra forma. Nenhuma prática educativa está isenta de uma concepção de ensino e de aprendizagem, de educação, do seu objeto de estudo e, ainda mais do que se pretende com essa prática e, então vista dessa forma também não se subtrai uma concepção de homem que se deseja formar para este século XXI.

Consideramos que toda prática é fruto de uma forma particular de ver, de pensar e de compreender o mundo que nos cerca. É, também, da forma particular de se ver a Matemática, como objeto de conhecimento a ser ensinado e admitir que esta visão inclui não ter apenas uma única forma de ser ensinada; saber que as ações estão embasadas em uma visão epistemológica explícita ou implícita do professor e não ignorar as consequências que decorrem dessas visões no âmbito da sala de aula, na realização de uma prática educativa.

É com o propósito de trazermos mais luzes para aprofundar uma compreensão de Educação Matemática, para dar sustentação as diversas práticas no âmbito da educação escolar, que apresentamos para subsídios, alguns elementos. Esses subsídios, que têm a pretensão de suscitar no leitor discussões, estudos, pesquisas, contrapontos, dúvidas e talvez, a necessidade de esclarecimentos, constituem informações importantes e, espera-se possam contribuir para a formação de uma massa crítica acerca de pontos ainda não tratados de forma mais expressiva no âmbito da área. Constitui-se também no objetivo principal e a razão para a **elaboração deste ensaio acerca da natureza e metodologia da Educação Matemática**. Se esses, por si só, não fossem pontos suficientemente fortes para “*colocarmos as mãos na massa*”, podemos nos valer da consideração incisiva de Higginson em Rius (1989a) que nutre a certeza de que não avançaremos nas questões que tratam do ensino e aprendizagem de matemática enquanto não tivermos suficiente clareza dos fundamentos que sustentam esse campo de estudos – a Educação Matemática.

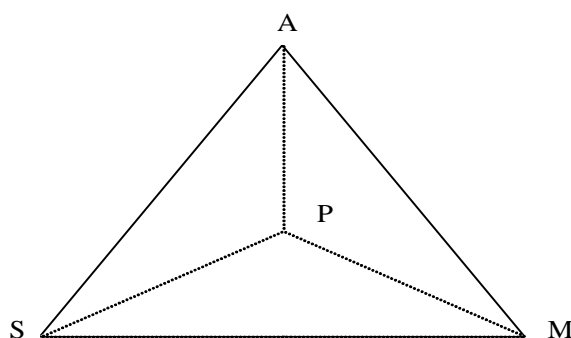
É na perspectiva de fornecer subsídios às discussões em relação à natureza da EM, que apresentamos o chamado Modelo do Tetraedro de Higginson. O autor afirma que tem havido uma visão muito estreita de quais são os fatores que influenciam sobre a Educação

Matemática e, o fracasso na criação de teorias ou metodologias coerentes acaba por comprometer alguns aspectos essenciais de seus fundamentos.

A Educação Matemática pode ser descrita, segundo Higginson em Rius (1989 a, p.30), através de um modelo cuja imagem seria de um tetraedro ao qual chama MAPS (M = Matemática, A = Filosofia, P= Psicologia e S Sociologia), em que cada área corresponde a uma face do tetraedro.

Para Wain, (1978) ao manifestar-se sobre a Educação Matemática, considera que é uma nova disciplina sustentada, uma parte pelas matemáticas e outra, pelos diversos aspectos teóricos de que se ocupa a educação. A visão de Higginson coincide com essa visão ao afirmar que a Filosofia, a Sociologia e a Psicologia; disciplinas tradicionais em se sustenta a Educação.

O Modelo do tetraedro



**Figura 1**

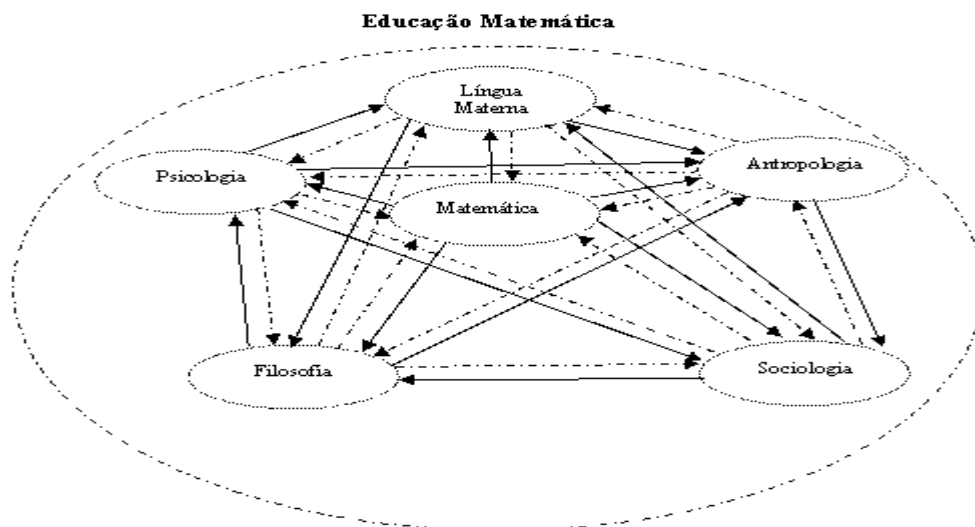
O modelo mostra que há áreas específicas do trabalho acadêmico que podem ser identificadas como resultantes de instâncias interativas: por exemplo, a aresta MP representa o entrecruzamento dos interesses da Matemática e da Psicologia, a aresta MA onde se entrecruzam os interesses da Matemática e da Filosofia. Esses entrecruzamentos podem dar origem, a estudos em educação matemática, que não façam uso da matemática diretamente. No entanto, de forma indireta a Matemática sempre estará incluída, mesmo não explicitamente, como, por exemplo, nos interesses entre a Psicologia e a Sociologia. Tal entendimento é devido a somente ter sentido, no modelo considerado se tratar do ensino e aprendizagem da Matemática para alguém em algum lugar quando se vincular e considerar as componentes envolvidas com o campo do objeto de estudos, neste caso, – a Matemática.

Os diversos temas presentes nos eventos de Educação Matemática, sob a forma de conferência, mesas redondas, painéis, apresentações orais dão-nos uma mostra da importância da perspectiva de Higginson, quando vemos temas tais como: Matemática e Sociedade; Currículos de Matemática, Avaliação em Matemática e Modelagem Matemática. A Educação Matemática, já na visão de Higginson, estava se desenvolvendo e, isto tem dado lugar a um processo dinâmico, isto quer dizer que a Educação Matemática não pode ver-se como entidade estática. Essa visão de Higginson, de que o tempo e sua própria evolução histórica, em que, segundo Rius (1989 a), cada concepção e contribuições às discussões dos seus fundamentos são resultantes do tempo em que foi produzida e das preocupações específicas do momento, ensejaria contribuições de outras áreas. O modelo de Higginson é, pois, uma interpretação da educação matemática que a história dela mesma pode tornar-se um dia, obsoleta.

No decorrer das últimas décadas ao acompanharmos as mudanças no âmbito da educação de modo geral, constatamos a criação de outros eixos que podem contribuir com a Educação Matemática: A Antropologia é uma área do conhecimento que a cada dia mais contribui com Educação Matemática. Para Rius (1989) o método da observação participante

do qual se valem os antropólogos para estudar uma comunidade é hoje em dia, de grande importância para os professores, em todos os níveis de ensino, para o estudo da dinâmica da sala de aula. Outras áreas do conhecimento que constituem uma grande contribuição à Educação Matemática são: a Linguística, a Língua Materna e a História da Matemática entre outras, pois tanto a linguagem matemática como a linguagem utilizada para fazer o discurso e a comunicação em sala de aula constituem-se importantes instrumentos para possibilitar reflexões.

Ainda, se voltarmos nosso olhar para a componente P (Psicologia), do tetraedro, podemos ver atualmente o avanço no campo da Psicologia. Como diz o próprio Higginson, a educação matemática é dinâmica e as mudanças pela própria evolução nos diversos campos do conhecimento, os estudos e pesquisas nas áreas de suas componentes, alteram e dão nova conformação ao curso da Educação Matemática. Assim, a componente P da Psicologia que à época de 1960 e 1970, eram de ordem comportamental ou aquelas promovidas pela raiz da taxonomia de Bloom, deram, atualmente, em parte, lugar às teorias do campo cognitivo, tendo como precursores: Piaget, Vygotsky, Ausubel e Bruner. Também outras componentes tiveram avanços, ao longo das últimas décadas, como a própria Sociologia. Dos novos estudos e das necessidades que se fazem presentes no âmbito de uma dinâmica, para o desenvolvimento e, também com o surgimento de outras áreas que com ela contribuem, a estrutura interna da Educação Matemática também se modificou. Isso em grande parte pode ser atribuído à mudança de paradigma ou à presença de um paradigma emergente, apregoado desde a metade da década de 1985, conforme Santos (2006). A figura 2 a seguir busca representar, momentaneamente, essa configuração da EM está em Burak e Klüber (2008).



**Figura 2**

Todavia, foi Hans Freudenthal (1978), em Rius (1989a), um brilhante Matemático Holandês, que em 1955 assumiu o CMI – Comitê de Instrução Matemática e, em 1966 promoveu o I Congresso Internacional de Educação Matemática – ICME, em Lion, França, com a asseveração de que não há educação, nem desenvolvimento educativo algum, sem uma filosofia subjacente e, catálogos de propósitos e objetivos não podem ser substitutos de nenhuma filosofia. A declaração de Freudenthal teve o propósito **de contestar** os argumentos de que a Educação Matemática era uma ciência sustentada a partir de um **ponto de vista psicológico**. Ainda, mais o livro de Freudenthal *Wedding and Sowing* é o resultado de sua oposição a tal ponto de vista. Essa discussão, sem dúvida, ensejou e tem ensejado repercussões no âmbito de outras ciências. Isso mostra uma perspectiva na qual a Educação Matemática, com a preocupação centrada no ensino e aprendizagem, não se resume somente à

Matemática, mas sim, deve contar com o concurso de outras áreas que dão sustentação a Educação, dentre elas a Sociologia e a Psicologia. Embora concordando com o que coloca Freudenthal que não se deva reduzir a Educação à Psicologia, mas deve-se reconhecer sua importante contribuição às teorias de ensino e da aprendizagem. Nessa perspectiva, o surgimento das teorias cognitivistas, como a de Piaget, Vygotsky e Ausubel e Bruner, influencia e reconfigura o componente P da Educação Matemática.

Os intentos para alcançar um estatuto científico não eram exclusivos da Educação Matemática, outras áreas como as ciências sociais e humanas também procuravam à época ascender à cientificidade.

A repercussão das palavras de Freudenthal acendeu as discussões em torno dos conhecimentos que devem ser identificados com a Ciência, colocando no centro das discussões as ideias de Comte (1844). As alterações em torno do enfoque de Comte, denominado **positivista**, provocaram e ainda provocam controvérsias maiúsculas. A mais relevante para os propósitos deste ensaio tem lugar no âmbito metodológico, pois cada metodologia requer certo **número de premissas** sobre as quais se fundamenta. Ainda, tais premissas são, essencialmente, **de natureza filosófica**, pois que a preferência de **uma metodologia** leva, necessariamente, consigo a adoção **de um ponto de vista filosófico**. A afirmação de Higginson, de que não haverá avanços significativos nas questões sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, enquanto não houver clareza dos fundamentos das disciplinas - áreas que constituem a natureza da Educação Matemática confirmam a afirmativa de Freudenthal, legítima e justifica a presença da componente A (Filosofia), no Modelo do Tetraedro.

## 2. A questão do método e do objeto

Um dos debates decorrentes dessa controvérsia, sobre as ideias de Comte, encontra-se protagonizado por duas escolas do pensamento filosófico (Filosofia da Ciência): O Racionalismo Crítico (Popper) e a Teoria Crítica (Adorno e Habermas). Embora ambas se declarem antipositivistas, os adeptos da Teoria Crítica, Adorno (1976), em Rius (1989b), acusam o Racionalismo Crítico de ser positivista.

Tal acusação, à época ensejou e tem dado, ainda, lugar a um debate muito apaixonado. Para o Racionalista Crítico há um único método científico, comum às ciências sociais e naturais. No caso da escola da Teoria Crítica, cujos adeptos se intitulam aristotélicos afirmam, segundo Rius (1989b), **que o método está necessária e irrevogavelmente referido a um objeto** e que **cada objeto impõe uma metodologia específica**. Sustentam, ainda os seguidores dessa escola, que não se deva falar em Ciência, mas em Ciências, no plural, porque cada ciência está determinada por seu objeto e, a natureza do objeto das ciências sociais é tão distinta daquela das ciências naturais, que não é possível considerar as distintas disciplinas como um só corpo de conhecimentos. No entanto, essa é uma premissa como que universal, pois nela não se desconsideram procedimentos que podem ser generalizados, o que não deve ocorrer é uma generalização exacerbada, sem levar em consideração o objeto de estudo.

Para dar uma visão mais completa, de alguns pontos imbricados no ensaio, não poderíamos omitir a necessária discussão sobre **objetividade**, como uma característica da Ciência. Para Adorno (1976), em Rius (1989), ao criticar a objetividade da investigação social empírica, assevera que, de forma geral, a objetividade da investigação de corte empírico é uma **objetividade referida aos métodos e não ao que se investiga**. Popper confirma a crítica de Adorno quando afirma que: “A chamada objetividade da ciência reside na objetividade do método crítico” (RIUS, 1989b, p. 32). Assim, segundo Adorno e a Teoria Crítica, o problema da objetividade está relacionado com o objeto, enquanto que para Popper está no método. “No âmbito educativo a controvérsia se apresenta entre o que se tem

denominado, o 'modelo da agricultura' e o 'modelo da antropologia'. Embora esse momento não se tenha a pretensão de tratar mais a fundo o problema da objetividade e subjetividade, estudos nessa direção que envolve a relação subjetividade – intersubjetividade tem sido tratada por Santos (2006), e Fleck (1986).

Os pressupostos das escolas da Filosofia não podem ser transladados diretamente aos pressupostos desses modelos, todavia compartilham traços, feições essenciais com a dicotomia Racionalismo Crítico e Teoria Crítica. O modelo da agricultura, como o Racionalismo, que concebe a unidade do conhecimento, assim como a crença de que todo conhecimento é conhecimento científico e só pode ser obtido por meio da implantação do método científico. O modelo da Antropologia e a Teoria Crítica consideram o objeto de estudo estruturalmente: significa dizer que, independentemente do que trate o problema, este somente terá propósito se for analisado em termos estruturais na relação direta com o objeto.

### 3. Implicações para a Pesquisa

A dicotomia agricultura-antropologia tem se identificado também com outra dicotomia: **investigação quantitativa** versus **investigação qualitativa**, já que a primeira se apoia na aplicação de métodos estatísticos, dos quais se obtém a sua tão alegada objetividade. Enquanto, a segunda foca e trata dos problemas do ponto de vista qualitativo, dando lugar a uma concepção distinta de objetividade, sendo entendida como aquela que dialoga com o objeto e com o contexto, além disso, abre espaço para considerar a subjetividade e a intersubjetividade no processo da construção de conhecimento.

O **enfoque quantitativo** considera o Método Científico como exclusivo e a sua prática como o único caminho para se alcançar o conhecimento científico. Esta consideração tem, segundo Rius (1989b), **por hipótese** a unidade do conhecimento e supõe como fim último da Ciência, a produção de teoria e apresenta quatro categorias: 1) **é determinista**, já que supõe que todo evento é o resultado de uma causa; 2) **é empirista**, implicando que a validade de uma teoria ou hipótese se mantém graças à natureza da evidência empírica; 3) segue o chamado **Princípio da Parcimônia**, visto que os fundamentos devem ser explicados da maneira mais econômica possível; e 4) **é generalista**, porque o científico, iniciando pelas observações do particular, busca generalizar suas conclusões.

No **âmbito do enfoque qualitativo** de investigação estão considerados enfoques de corte antropológico, fenomenológico e etnográfico, e todos aqueles que se caracterizam por ser uma variedade da “observação participante”. (RIUS 1989b). Este enfoque representa fundamentalmente diferentes afirmações sobre a natureza do comportamento humano e a melhor maneira para chegar a compreendê-la, pois oferece uma visão de objetividade e dos métodos adequados para se estudar o comportamento humano.

Tais métodos são parte de uma tradição de investigação desenvolvida pelos antropólogos e, como assinala Wilson (1977), em Rius (1989b) técnicas podem coligar informações sobre o comportamento humano e que isto seria mais difícil se obter através de métodos mais quantitativos. O que diferencia a abordagem qualitativa é a presença da subjetividade e da intersubjetividade, pois, nessa tradição filosófica, se pensa que a objetividade é o último elemento depois de passar pela subjetividade e intersubjetividade, sem desconsiderar o objeto de conhecimento.

Para esses autores, não existe um único método correto; o método deve adequar-se ao estudo. Esta metodologia supõe que o comportamento humano se vê afetado de maneira muito complexa pelo ambiente no qual se encontra. Ainda salientam que os eventos psicológicos devem, portanto, ser estudados em seus ambientes naturais. Tais ambientes geram regularidades no comportamento humano que, muitas vezes, transcendem às diferenças

entre indivíduos. Se, se estuda o mesmo fenômeno no laboratório e no contexto em que se apresentam, os resultados podem diferir.

A explicitação de alguns dos elementos da Educação Matemática segundo sua natureza e a sua metodologia nos leva a assumirmos uma posição, que segundo nosso entendimento de mundo, de Educação, de Ensino e Aprendizagem e de Matemática, parece ser coerente. E, nesse entendimento optamos por uma visão de Educação Matemática que tenha a Educação como substantivação e a Matemática como Adjetivação. Essa escolha se dá, por admitirmos que isso expressa de maneira mais incisiva, nossas perspectivas sobre a forma de pensar, ver e agir em Educação e também incorpora as experiências de nossa trajetória. Isso significa dizer que independentemente de juízo de valor a propósito de uma ou outra forma de conceber a Educação Matemática devemos assumir uma posição, pois entendemos que nenhuma forma é a mais certa ou errada, mas também não pode ser omitido que: ao herdarmos uma das formas de conceber a Educação Matemática, seja em uma perspectiva das ciências naturais, ou em uma perspectiva mais ampla que envolve a além das ciências naturais, as ciências humanas e sociais o certo é que herdamos também suas conseqüências, quer queiramos ou não, quer tenhamos ou não consciência.

As considerações até aqui delineadas subsidiam a nossa discussão sobre as práticas de Modelagem em sala de aula apresentadas a seguir. Ao explicitarmos algumas reflexões sobre a Educação Matemática, consideramos que podem ser estendidas não de forma imediata, mas complexa, à Modelagem Matemática e às suas práticas em sala de aula. Isso porque na Educação Matemática como Ciência Humana e Social o que se pretende em termos de fundamentos é a incorporação de uma visão mais ampla em termos filosóficos, sociológicos e epistemológicos que podem conduzir a novas práticas mais libertadoras e mais amplas. A complexidade reside em ter o pensar rigoroso sobre a Educação Matemática tanto em seus fundamentos como em sua prática.

#### **4. A Modelagem à luz de uma visão de Educação Matemática e como Metodologia de Ensino.**

O entendimento de Modelagem Matemática que aqui abordaremos é a visão assumida a partir de um entendimento de Educação Matemática que contempla as ciências Humanas, Sociais. De acordo com Freudenthal, uma metodologia presume premissas, premissas têm origem na filosofia. Dessa forma, iniciamos por considerar o porquê de se ensinar Matemática e mais o porquê de se ensinar mediado pela Modelagem. A visão de que tipo de “homem” que se pretende formar para enfrentar os desafios do século XXI é uma questão que tem a ver com a forma de se ensinar e com o que se quer com essa a forma de se ensinar. Esta questão provoca e invoca algumas respostas: desejamos um cidadão que desenvolva a autonomia, que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão. Essas respostas podem ser alcançadas com a adoção de uma metodologia que leve em consideração uma nova perspectiva que contemple um novo modelo de racionalidade, mais amplo capaz de se alinhar com as mudanças que se impõem.

Já na segunda metade da década de 1980 se anunciava fortes sinais de crise no modelo de racionalidade científica que para Santos (2006) não é somente profunda como irreversível. Também que estamos a viver um período de revolução científica que se iniciou com o trabalho de Einstein e a mecânica quântica e que causarão colapso com as distinções básicas em se assenta, ainda em algum sentido o paradigma dominante. Para Santos (2006, p. 41), “a identificação dos limites, das insuficiências estruturais do paradigma científico moderno é o resultado do grande avanço no conhecimento que ele propiciou. O aprofundamento do conhecimento permitiu ver a fragilidade dos pilares em se funda.”



O paradigma emergente apresenta, segundo Santos (2006), um conjunto de teses: 1) Todo o conhecimento científico natural é conhecimento social; 2) Todo conhecimento é local e total; 3) Todo conhecimento é autoconhecimento; 4) Todo o conhecimento científico visa constituir-se em senso comum. Essas teses dão-nos uma dimensão da importância de buscar outros caminhos, outros entendimentos sobre aquilo que muitas gerações defenderam e a partir do qual construíram o conhecimento com base no estabelecido como o desejável e isso perdurou até as últimas décadas do século XX, mas que neste século XXI, precisa ser revisto sob novos olhares, à luz de novos descobrimentos e evolução de muitas ciências, principalmente a física, a microfísica, a biologia, a química e da físico-química, com Iliya Prigogine e as estruturas dissipativas. A crise do paradigma dominante como manifesta Santos (2006, p. 50)

[...] as condições teóricas da crise do paradigma dominante tem vindo a propiciar uma profunda reflexão epistemológica sobre o conhecimento científico, uma reflexão de tal modo rica e diversificada que, melhor do que qualquer outra circunstância caracteriza exemplarmente a situação intelectual do tempo presente, uma reflexão que apresenta características sociológicas importantes.

É com o entendimento de uma inevitável mudança e que, as necessidades atuais são diferentes das necessidades do século XX, também por uma longa trajetória na Educação, embora reconheçamos não ser esse o principal motivo para a mudança que consideramos inevitável. Consideramos inevitável sim, a própria mudança no mundo, os novos desafios, o surgimento das novas tecnologias de comunicação e da informação e, sobretudo pelos inevitáveis desafios colocados aos professores da Educação Básica na condução da formação dos nossos estudantes. Não sabemos que matemática eles usarão daqui a alguns anos, mas temos a certeza de que deverão tomar decisões, ter autonomia e serem capazes de se tornarem responsáveis por grandes transformações no âmbito da sociedade.

Reconhecemos neste ensaio, ainda o estágio embrionário das questões levantadas, mas que estão assentadas em uma nova visão de conhecimento do qual partilhamos e, buscamos a cada dia maior compreensão. É um campo de estudos que tem nos permitido a reflexão, o conjecturar, a possibilidade de lançar olhares diferentes e, ter a certeza de uma caminhada com outra perspectiva, pois reconhecemos nas considerações feitas um entendimento que pode ser individual, mas, não individualista, uma vez que foi construído com base em estudos, discussões, pesquisas e reflexões. Ainda, admitimos existirem outras configurações, igualmente legítimas de entendimentos sobre a questão.

A forma de conceber a Modelagem Matemática assumida, ao longo das últimas duas décadas busca tão e somente a consistência dos embasamentos e coerência das ações e procedimentos. O *status* de uma metodologia, significando aqui **estudos de caminhos**, fundamenta-se em um entendimento de Ciência e por uma visão de conhecimento que contemple e respeite as características e natureza do humano e do natural. Ainda, com a clareza de que cada objeto deve ser estudado de modo global, assistidos e subsidiado por áreas do conhecimento que promovam essa possibilidade.

Para Burak (1992, p.62), “A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” e, ainda parte de duas premissas: 1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas; 2) os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas. A primeira premissa se faz presente no campo da Psicologia, uma vez que muitas das nossas ações são motivadas pelo interesse sobre o assunto. As etapas sugeridas e os procedimentos e os encaminhamentos são sustentados por esta premissa. A segunda premissa de que os dados são coletados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo ou dos grupos está no campo do

método, notadamente aqueles que fazem uso do enfoque de corte antropológico, fenomenológico, etnográfico e, todos aqueles que se caracterizam por ser uma variedade da “observação participante”.

Também na perspectiva apontada por Burak, a processo de ensino e aprendizagem sustenta-se nas teorias da cognição, constituída principalmente por uma visão construtivista, sócio-interacionista e de aprendizagem significativa que consideram o estudante como um agente da construção do próprio conhecimento. Essa visão que possibilita ao estudante tornar-se **um buscador** mais do **que seguidor**, aquele em permanente busca do conhecimento, de novos campos, novas visões, que interroga, discute, reflete e, forma suas convicções.

Dessa forma, as etapas que podem favorecer os encaminhamentos da Modelagem Matemática em sala de aula constituem a experiência vivida nos vários cursos com os professores, principalmente os professores da Educação Básica, no entanto são igualmente válidos para outros níveis de ensino. As etapas sugeridas em Burak (1994, 1998, 2004), são: 1) Escolha de um tema; 2) pesquisa exploratória, 3) levantamento do(s) problema(s); 4) Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema; 5) análise crítica da (s) solução (ões). Cada uma das etapas descritas a seguir pode sofrer alterações, portanto não se trata de etapas rígidas. Elas expressam o resultado dos encaminhamentos que se sucederam do trabalho realizado no âmbito da Educação Básica, em mais de 80 cursos. Essas etapas apresentam diferentes encaminhamentos em relação às etapas mais clássicas do trabalho da Modelagem, quando utilizado na perspectiva da Matemática Aplicada, ou seja: o problema, a fase exploratória, a construção do modelo, validação do modelo e, análise e interpretação dos resultados.

## I - Escolha do Tema

A escolha de um tema para ser desenvolvida em Modelagem Matemática, na perspectiva assumida, parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos. Esses temas são inicialmente colocados pelos estudantes, segundo o interesse que manifestam, pela curiosidade ou mesmo para a resolução de uma situação-problema. O professor tem o papel também importante na medida de conhecer o potencial econômico da região da cidade, de um bairro. Outras vezes, os interesses dos estudantes podem recair nos esportes, nas brincadeiras, nos serviços, nos temas atuais que as formas de comunicação possibilitam, por exemplo, corrupção, terremotos, desabamentos entre outros. Quando a escolha recai sobre mais de um tema, e o professor ainda, sem experiência preferir trabalhar com apenas um único tema pode combinar de tratar um, depois outro e assim por diante. Entretanto, se o professor já tiver vivenciado algumas experiências com a Modelagem pode trabalhar com mais de um tema.

Os temas inicialmente podem não ter nada de matemática e, muitas vezes os estudantes não têm muita noção do que realmente com o tema. O fato de um tema inicialmente não ter aparentemente muito a ver com a Matemática pode, despertar no professor alguma “ansiedade”, algum temor por suscitar dúvida se há matemática no tema e ainda, qual matemática poderá ser desenvolvida? Essas questões realmente fazem parte do cotidiano escolar, principalmente nas escolas que têm como meta o cumprimento de um programa com determinados conteúdos matemáticos.

Sempre em nome de que o estudante precisa de certos pré-requisitos para a continuidade dos seus estudos e, que no ano seguinte serão cobrados certos conteúdos, as experiências verdadeiramente significativas no âmbito da sala de aula são deixadas de lado. Esse é um aspecto que nada contribui para a educação de um cidadão do século XXI, muito menos com o ensino da Matemática. O lado “seguidor” que se desenvolve no estudante, subtrai-lhe a possibilidade de desenvolver sua autonomia, a iniciativa, liberdade de

conjecturar e, com isso inibe o desenvolvimento de muitas competências necessárias a formação de um cidadão, tudo em nome de uma visão de currículo completamente superada, no entanto em termos teóricos apenas. Essa visão da linearidade do currículo, ainda predomina na maioria das nossas escolas, está sendo, ainda que lentamente superada com as novas perspectivas de um pensamento complexo. Precisamos adquirir confiança e certeza que

o “desenvolvimento do conhecimento científico é poderoso meio de detecção dos erros e de luta contra as ilusões. Entretanto, os paradigmas que controlam a ciência podem desenvolver ilusões, e nenhuma teoria científica está imune para sempre contra o erro. Além disso, o conhecimento não pode tratar sozinho dos problemas epistemológicos, filosóficos e éticos. A Educação deve-se dedicar, por conseguinte, à identificação da origem dos erros, ilusões e cegueiras. ((MORIN, 2006, p.21).

O novo realmente assusta, a esse propósito o entendimento de Morin (2006), é o fato de que nos instalamos de modo muito protegido em nossas teorias e ideias e, que estas não têm estrutura para acolher o novo, o inusitado, o súbito. Quando esse novo se manifesta é preciso ser capaz, ter coragem de rever nossas teorias e ideias de modo a possibilitar sua entrada. É com essa expectativa que daí decorre a necessidade de em qualquer educação, as grandes interrogações sobre as nossas possibilidades de conhecer. Por em prática essas interrogações na visão de Morin (2006, p.31), “constitui o oxigênio de qualquer conhecimento” e, complementa, afirmando que a educação deve fornecer o apoio indispensável. Ainda mais, “O conhecimento do conhecimento que comporta a integração do conhecedor em seu conhecimento, deve ser para a educação, um princípio e uma necessidade permanente.” É na perspectiva de um buscador que fazemos coro com Morin (2006, p.35) quando diz:

A era planetária necessita situar tudo no contexto e no complexo planetário. O conhecimento do mundo, como mundo é necessidade ao mesmo tempo intelectual e vital. É o problema universal de todo cidadão do novo milênio: como ter acesso às informações sobre o mundo e como ter possibilidade de articulá-las e organizá-las? Como perceber e conceber o Contexto, o Global (a relação todo/partes), o *Multidimensional*, o Complexo?

Assim, para articular e organizar os conhecimentos e dessa forma reconhecer e conhecer os problemas do mundo há necessidade de uma reforma do pensamento, que para Morin, não é programática, mas sim paradigmática é uma questão fundamental da educação. Essas afirmações de Morin mostram a necessidade que a esse problema universal confronta-se a educação do futuro, pois segundo ele “existe inadequação cada vez mais ampla, profunda e grave entre de um lado os saberes desunidos, divididos fragmentados e, de outro, as realidades ou problemas cada vez mais multidisciplinares, transversais, multidimensionais, transnacionais, globais planetários” (MORIN, 2006, p.36).

A grande saída para a educação é retomar em outra direção, aquela sustentada pelo paradigma do conhecimento complexo, como a ideia do global e, da necessidade de recompor o todo se desejarmos conhecer as partes e a esse propósito vale citar a virtude cognitiva do princípio de Pascal<sup>2</sup> no qual a educação do futuro deverá se inspirar:

Sendo todas as coisas causadas e causadoras, ajudadas ou ajudantes, mediatas e imediatas, e sustentado-se todas por um elo natural e insensível que une as mais distantes e as mais diferentes, considero ser impossível conhecer as partes sem conhecer o todo, tampouco conhecer o todo sem conhecer as partes. (MORIN, 2006, p.37).

---

<sup>2</sup> PASCAL, Pensées (texto estabelecido por Leon Brunschwig). Ed. Garnier-Flammarion, Paris, 1976.

Pode-se observar a todo o momento, as distintas posições de visões que se contrapõem, conforme pertençam a um ou a outro paradigma. É nessa perspectiva que não podemos mais aceitar para nós professores e para nossos estudantes uma visão de educação que nos identifique com um mundo fechado. Temos que sair da condição de “seguidores” para nos tornarmos “buscadores”, que este novo século exige, torna-se mesmo imprescindível uma mudança. A adoção de uma metodologia mais aberta pode contribuir com essa perspectiva.

## **II - Pesquisa Exploratória**

A pesquisa exploratória é uma etapa que acontece de forma natural, pois uma vez escolhidos o tema, muitas vezes, dependendo do nível de ensino em que se esteja sendo trabalhado os temas são escolhidos por curiosidade, pelo desejo de se conhecer mais e melhor aquele assunto. Pode acontecer, no entanto são mais raras, situações em que, nesse nível de ensino, se parte de uma questão ou situação-problema. Conhecer mais sobre o tema, buscar informações no local onde se localiza o interesse do grupo de pessoas envolvidas, além de se constituir em uma das premissas para o trabalho nessa visão de Modelagem é uma etapa importante na formação de um estudante mais crítico. Entendemos, pois que para conhecer melhor algum objeto ou alguma coisa precisa se organizar, saber o que e como enunciar questões que produzam respostas às questões. Qual a forma mais adequada para se colher os dados? Quais os tipos de instrumentos devem ser construídos? Quais devem ser as características das questões a serem formuladas? Como devem ser formuladas? Saber como organizar os dados e como fazer o tratamento desses dados, constitui-se um importante valor formativo do nosso estudante. Essa etapa possibilita a formação de um estudante mais atento, mais sensível às questões do seu objeto de estudo. Os métodos de corte antropológicos do tipo etnográfico, fenomenológico, estudos de caso e outras formas de pesquisa participante, ajudam na quantidade e qualidade dos dados coletados. Esses métodos trazidos da antropologia prestam grandes contribuições à Educação e também mais particularmente à Educação Matemática. No caso, da Modelagem e na perspectiva assumida, a natureza dos dados que são de modo geral qualitativos e quantitativos, permite tratar os temas sob enfoques distintos além do enfoque matemático. Um simples passeio, organizado para uma tarde na praça próximo da escola, pode se constituir mais do que um simples passeio, pode ensinar o estudo de temas diversos tais como: a urbanização da praça, os tipos de vegetação predominantes, as características predominantes, a frequência de pessoas, quais as características dos seus frequentadores, quais os principais benefícios e malefícios trazidos pela localização, enfim muitos aspectos podem ser objeto de ricas e sugestivas discussões.

## **III - Levantamento do(s) problema(s)**

Os dados coletados na pesquisa exploratória dão sustentação à etapa de levantamento do problema ou dos problemas relativos ao tema. O papel de professor na qualidade de mediador é de importância fundamental no trabalho com a Modelagem, pois esse é o momento em que se pode contribuir de forma significativa com o estudante no desenvolvimento de sua autonomia, na formação de um espírito crítico. É uma etapa, em que a ação e a qualidade dessa ação, por parte do estudante, se fazem notar e podem se constituir em diferencial educativo. É a etapa em que se inicia a ação matemática, propriamente dita, pois é o início do levantamento dos problemas, como resultado da pesquisa exploratória. Mesmo quando mencionamos que se pode partir de uma situação-problema é preciso buscar e coletar dados. Por exemplo, a partir da seguinte situação: qual o consumo anual de papel pela

escola? Essa questão enseja a busca de dados sobre as atividades desenvolvidas pela escola que implicam no consumo de papel: o tipo de atividades, uma estimativa da quantidade, por sala, por série, por estudante, os tipos de papel, o consumo de papel das atividades administrativas da escola. Essa situação implica em se valer de levantamento junto aos professores, estudantes, corpo diretivo e administrativo da escola, demanda a busca de dados na internet, em sites que tratam da relação quantidade de árvores e quantidade de papel, palestras sobre o assunto, visitar locais entre outros. O desenvolvimento da capacidade de articular os dados e formular problemas provindos da situação pesquisada se constitui em valor formativo e atitudinal de incomparável significado educativo. Construir no estudante a capacidade de levantar e propor problemas, advindos dos dados coletados e mediada pelo professor é, sem dúvida, um privilégio educativo. Constitui-se nos primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade cidadã de traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas, para quantificar uma situação e nas ciências sociais e humanas buscar as soluções que muitas vezes não são matemáticas, mais de atitudes e comportamento. O desenvolvimento da autonomia do estudante perpassa pela liberdade de conjecturar, construir hipóteses, analisar as situações e tomar decisões. O erro deve ser entendido como uma aproximação da verdade, pois é mais educativo e preferível o erro resultante de um processo de pensamento, do que uma resposta correta emitida ao acaso, quando o estudante não é capaz de justificar o porquê da resposta dada. O levantamento de problemas é ainda, uma ação cognitiva por excelência, porque é resultado de um encadeamento que promove a intuição e lógica.

#### **IV - Resolução do(s) problema (s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

A resolução do(s) problema(s) confere à Modelagem Matemática a etapa em que se faz uso de todo o ferramental matemático disponível. Na resolução de um problema ou de uma situação-problema, os conteúdos matemáticos ganham importância e significado. As operações, as propriedades, e os diversos campos da matemática que se fazem presentes nessa etapa, sem dúvida atribuem significados aos conteúdos matemáticos.

Pode acontecer que para a resolução de um problema, o conteúdo necessário à sua resolução, ainda não tenha sido trabalhado pelo estudante, então é um momento importante para que o professor, na condição de mediador favoreça ao estudante a construção desse conhecimento. Há algumas possibilidades para isso, uma delas é valer-se das investigações matemáticas na sala de aula na visão de Ponte (2005) e, como na experiência específica de Modelagem desenvolvida por Klüber e Pereira (2009). É um trabalho importante do professor seja no trabalho de formação dos conceitos, orientando a busca de conteúdo no livro texto, seja criando alternativas que permitam ao estudante buscar uma solução para o problema. Muitas vezes, pode-se valer das situações empíricas para os primeiros resultados e, as primeiras aproximações e mais tarde, ou mesmo, já na sequência, desenvolver o conteúdo de forma analítica, com alguma formalização matemática.

Um exemplo dessa situação aconteceu em uma turma das séries iniciais de escolarização quando se pretendia conhecer o volume de uma lata de tinta de forma cilíndrica e os estudantes não conheciam a fórmula do volume do cilindro. Essas são as verdadeiras situações na qual o professor pode desempenhar o seu papel de mediador entre o conhecimento do estudante e o conhecimento matemático já estabelecido. São situações que constituem desafios, no âmbito do novo paradigma, não do paradigma anterior em que essas situações não eram consideradas importantes, pois o currículo e as situações a serem estudadas sempre seguiam uma sequência lógica dos conteúdos, em conformação com o currículo linear.

Outro aspecto positivo e significativo para o estudante é a perspectiva de resolução dos problemas, diferente da forma encontrada na maioria dos livros textos. No contexto a resolução de problemas ganha contornos e significados diferentes, a forma ou maneira usual de se resolver problemas: 1) os problemas são elaborados a partir dos dados coletados em campo; 2) prioriza a ação do estudante na elaboração; 3) parte sempre de uma situação contextualizada; 4) favorece a criatividade; 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução; 6) favorece a tomada de decisão.

#### 4.1 Sobre a construção de Modelos

No âmbito da Educação Básica, o trabalho com os modelos matemáticos, na perspectiva de Modelagem assumida não constitui prioridade. A maioria dos conteúdos trabalhados, nesse nível de escolaridade, vale-se de modelos já prontos: funções, equações lineares ou quadráticas, fórmulas das áreas de figuras planas e espaciais. Na perspectiva de Modelagem trabalhada modelo pode ser entendido como uma representação, e dessa forma contempla e engloba além dos modelos matemáticos e outros como uma lista de supermercado, a planta de uma casa entre outros. Os modelos podem ser construídos para expressar uma situação que ensina novos elementos ou alguma situação para a qual não se tem, ou não se conhece um modelo, então nesse caso, os modelos são construídos. Muitas vezes, nesse nível de ensino, um modelo simples que reproduza as características do fenômeno estudado, mesmo com uma matemática elementar é suficiente e, ainda tem-se que se levar em consideração o ferramental matemático disponível nesse período de escolarização. Outras vezes a confecção experimental de um modelo, nessa fase de escolarização é muito interessante e permite alcançar objetivos tais como: conjecturar, levantar hipóteses, experimentar, refletir, desenvolver a autonomia, a capacidade de buscar novas estratégias e encaminhamentos.

A visão de Educação Matemática, em uma perspectiva que contempla além das Ciências Naturais as Ciências Humanas e Sociais, **não muda em nada** os fundamentos da matemática, seu método, suas leis, mas permite ao professor uma perspectiva mais ampla sobre o ensino dessa ciência e assim, **muda tudo**, no contexto da educação geral. Mostra a Matemática fazendo **parte do todo** e se constituindo em uma poderosa ferramenta para a leitura do mundo, mas que pode e deve contar com o concurso de outras áreas do conhecimento para favorecer a compreensão e dar significado àquilo que se constata por meio da matemática. Um exemplo é o alto índice de poluição, isto é indicado por forma numérica ou gráfica, no entanto o número ou o gráfico não resolvem a situação da poluição que precisa dos conhecimentos de outras ciências para dar significado, favorecer a compreensão e os encaminhamentos de soluções. Soluções essas que nem sempre são matemáticas, mas de atitudes, de posturas, de ações solidárias e que a matemática sozinha não dá conta. Outro exemplo o índice de desenvolvimento de uma nação, sem o concurso de ações de outras áreas do conhecimento, esse número é apenas e tão somente um número, algo frio, estático. O século XXI está a exigir dos seus cidadãos mais do que apontar números saber agir, diante das constatações. Outro exemplo é o recente terremoto no Haiti, os números de pessoas que sucumbiram, os desaparecidos, os feridos e a destruição impressionam, mas sem a ação que envolve muito mais do que somente o concurso do pensamento lógico, mas ação, solidariedade, disponibilidade, conhecimentos de logística, economia, administração, ciências médicas, biológicas entre outras nos dá mostras de um mundo que exige uma nova forma de ser visto – uma forma global, uma visão do todo. O todo tem qualidades ou propriedades que não são encontradas nas partes, se estas estiverem isoladas umas das outras e, certas qualidades ou propriedades das partes podem ser inibidas pelas restrições provenientes do todo. Como no dizer de Mauss, ‘é preciso recompor o todo’. Ao que

complementa Morin (2006, p.37). “É preciso efetivamente recompor o todo para conhecer as partes”. Por isso é preciso olhar a parte como que num holograma, ou seja, nela devem estar contidas informações sobre o todo.

O conhecimento pertinente deve reconhecer esse caráter multidimensional e nele inserir estes dados, como diz Morin (2006) não apenas não se poderia isolar uma parte do todo, mas também não se poderiam isolar as partes uma das outras. É nessa perspectiva que o autor nos chama a atenção, que o conhecimento deve enfrentar a complexidade, complexidade significando o que foi tecido junto. Dessa forma, a Educação deve promover a “inteligência geral” apta a referir-se ao complexo, ao contexto, de modo multidimensional e dentro da concepção global.

A forma de conceber a Modelagem Matemática compartilha do mesmo entendimento de que o desenvolvimento de várias habilidades capacita melhor o estudante para competências mais específicas, pois segundo (Morin, 2006), quanto maior a abrangência da inteligência geral, mais recursos possui para tratar de situações mais particulares. E complementa, pois a compreensão dos casos particulares necessita do acionamento destas, que opera e organiza a mobilização dos conhecimentos de conjunto e cada caso particular. A educação deve favorecer a aptidão natural da mente em formular e resolver problemas essenciais e, de forma correlata, estimular o uso da inteligência geral, pois que, segundo Morin (2006, p.39):

este uso total pede o livre exercício da curiosidade, a faculdade mais expandida e a mais viva durante a infância e a adolescência, que com frequência a instrução extingue e que, ao contrário, se trata de estimular, ou caso esteja adormecida, despertar.

A educação do futuro deve ao mesmo tempo utilizar os conhecimentos já existentes, superar antinomias decorrentes do progresso nos conhecimentos especializados, na sua nobre missão de promover a inteligência geral dos indivíduos.

## **V - Análise crítica da (s) solução (ões)**

Esta etapa da Modelagem é um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas. É um momento em que se fazem as considerações e análise das hipóteses consideradas na etapa de levantamento dos problemas. Possibilita tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos envolvidos no tema. Sob o aspecto da matemática pode-se analisar a coerência e a consistência lógica da solução ou das soluções encontradas. É uma etapa em que se discute com o grupo ou grupos os cuidados com a linguagem, com as restrições que se fazem necessárias em muitas ocasiões.

É também nessa etapa em se fazem algumas justificativas, alguns procedimentos mais particulares. Também é um momento propício para se mostrar e, comentar as soluções empíricas e as mais formais, pois, muitas vezes, nessa fase de escolaridade se parte do empírico para o formal. Mostra-se a importância de alguma formalização, de justificativa de procedimentos, enfim é um momento de interação entre os grupos, de trocas de ideias e de reflexões. Tão importante quanto trabalhar os aspectos matemáticos das situações, os aspectos não matemáticos se revestem da mesma importância, pois consideramos que são formadores de valores e de atitudes que são permanentes, pois nessa fase de sua formação esses valores são desenvolvidos e incorporados.

Assim, discutir as ações decorrentes de uma constatação matemática ou não que resultou em um problema ou uma situação-problema, as consequências das decisões tomadas, as relações as repercussões em vários níveis dentre eles: individual, familiar, comunitário, as relações possíveis sob diversos enfoques, constitui o ponto forte dessa prática educativa,

mediada pela Modelagem. Esses são momentos importantes no espaço educativo que devem merecer a atenção, pois são importantes para a faixa etária, principalmente aquela dos estudantes da Educação Básica.

## 5. Implicações Gerais

A Educação de modo geral apresenta nas últimas décadas grandes avanços no âmbito das teorias, embora, muitas vezes, sejam empregados mais como chavões, do que os reais avanços frutos de pesquisas, discussões, reflexões que permitem e favorecem o seu desenvolvimento. Por que os resultados dessas pesquisas, das experiências ainda, muitas vezes, estão longe das salas de aula? Por que os professores incorporam tão pouco dessa produção, promovidos pelas pesquisas, pelas discussões e principalmente pela mudança do paradigma do conhecimento e por uma nova visão de ciências, rompendo o paradigma da ciência moderna? A incorporação desses resultados se faz pela assimilação dos fundamentos que constituem a natureza e metodologia da ciência da pós-moderna.

A não apropriação desses fundamentos tem dado lugar às práticas permeadas pelos chavões próprios de uma nova visão, mas seguida de uma prática tão velha, tão arcaica como aquela que ainda se pratica no âmbito das nossas escolas, que tem como foco exclusivo a reprodução e a linearidade. Essa prática que revela contradição com a nova teoria priva o estudante, principalmente aquele dos anos iniciais da Educação Básica, fase em que se precisa de experiências significativas, que promovam o desenvolvimento de habilidades, que ajudem na formação da autonomia e de um espírito crítico. Uma etapa da formação em que a busca dos resultados sejam com base em procedimentos e encaminhamento que favoreçam e incentivem no estudante o pensar, o conjecturar, o experimentar e o refletir e mesmo o errar.

Toda prática educativa deve, sem dúvida, estar sustentada pelas premissas que constitui a visão de ciências e, as consequências próprias do entendimento assumido. Nesse ensaio procuramos explicitar no âmbito das visões assumidas e as condutas próprias de cada uma, não sem as suas consequências. As implicações de cada uma das visões assumidas de Educação Matemática: seja da visão do Racionalismo Crítico consubstanciado nas Ciências Naturais no método científico e no método quantitativo, ou na visão da Teoria Crítica da Sociedade assentado nas ciências sociais e humanas, além das naturais e, predominantemente no método qualitativo, se fazem presentes no âmbito da sala de aula, na forma de encaminhar os assuntos, no trato sobre o significado e, nas visões de ensino e de aprendizagem.

A primeira trata mais o lado do ensino de matemática e isso implica mais focar em métodos, estratégias e formas de melhor ensinar um conteúdo, a aprendizagem não é mencionada, pois parece vincular a essa ação a relação de causa e efeito. Isto significa dizer que a aprendizagem é, unicamente, o efeito da causa ensino, considerando uma relação direta.

A segunda visão se dá no entendimento das ciências que envolvem a matemática, a psicologia, a sociologia, a filosofia e a antropologia. O ensino somente tem sentido na perspectiva da aprendizagem, assim o ensino busca a sustentação das teorias que tratam sobre como e quando ensinar, nele também há a preocupação do porque ensinar tal ou qual conteúdo, onde e para quem levando em consideração a dimensão da sociologia, e vale-se dos métodos disponíveis que melhor possam tratar o objeto de estudo. É uma perspectiva que leva em consideração o contexto e as emoções do ser que aprende.

A opção por uma ou outra visão apresenta consequências, mas é um risco que deve ser avaliado por professores, educadores matemáticos e pesquisadores. Ao nos posicionarmos a favor de uma ou outra visão de Educação Matemática apresentadas para estudos, devemos também conhecer suas implicações para a prática educativa e a adoção de metodologias. É preciso ter claro que herdamos também as consequências, quer queiramos ou não, quer tenhamos ou não, consciência disso.



## 6. Referências

- BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.
- \_\_\_\_\_. Critérios Norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**, Campinas, v. 2, n. 2, p. 47- 60, 1994.
- \_\_\_\_\_. Formação dos pensamentos algébrico e geométrico: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat**, Curitiba, v. 1, n. 1, p.32- 41, 1998.
- \_\_\_\_\_. A modelagem matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: [S.I.], 2004.
- \_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2006, Apucarana. **Anais...** Apucarana: [S.I.], 2006. p. 1-9.
- FLECK, L. **La gênesis y el desarrollo de um hecho científico**. Prólogo de Lothar Schäfer e Thomas Schenelle. Madrid: Alianza Universidad, 1986.
- KLÜBER, T. E.; PEREIRA, E. Encetando uma Aproximação entre Modelagem Matemática e Investigações Matemáticas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2009, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2009. v. 1. p. 1-14.
- MORIN, E. **Sete saberes necessários à Educação do Futuro**. São Paulo: Cortez, 2006.
- PONTE, J. P. *et al.* **Investigações Matemáticas em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- RIUS, E. B. Educación Matemática: Uma reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. **Educación Matemática**, México: Iberoamérica, v.1, n 2, p. 28-42, agosto de 1989.

RIUS, E. B. Educación Matemática: Uma reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. **Educación Matemática**, México: Iberoamérica v.1, n 3, p. 30 - 36, dezembro de 1989.

SANTOS, B. V. de. S.. **Um discurso sobre as ciências**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2006.